

سوال ۶۶۳۸۲۰	تاریخ :	وقت : دقیقه
	نام و نام خانوادگی :	تعداد سوالات: ۷۵
	<p>موضوع فیزیکی: ازدهم (رشته ریاضی) × فصل اول: جبر و معادله درس اول: مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی، درس دوم: معادلات درجه دوم (یادآوری معادله درجه دوم و حالات مختلف ریشه های آن و مسائل کاربردی معادله درجه دوم، روابط بین ضرایب و ریشه های معادله (مسائل S و P) تشکیل معادله درجه دوم)، × فصل اول: دایره، درس اول: مفاهیم اولیه و زاویه ها در دایره (مفاهیم اولیه و اوضاع نسبی خط و دایره - فاصله مرکز دایره تا وتر، زوایای مرکزی، محاطی و ظلی، زوایای داخلی و خارجی دایره) درس دوم: رابطه های طولی در دایره، × فصل اول: مبانی ریاضی، درس اول: منطق ریاضی، × فصل اول: دایره های رنگی با عنصر های دسته ی، عنصر ها به چه شکلی در طبیعت یافت می شوند؟ مسائل درصد خلوص و بازده درصدی، × فصل اول: الکتریسیته ساکن، قانون کولن - بر هم نهی نیرو های الکتروستاتیکی)</p>	

۱. گزینه ۲

جملات
 $a, b, c \longrightarrow 2b = a + c$
 دنباله ی حسابی

$$a + (14 + a) = 2(21) \Rightarrow \begin{cases} 2a = 42 - 14 \\ a = 14 = t_1 \end{cases} \Rightarrow d = t_2 - t_1 = 21 - 14 = 7$$

$$\Rightarrow t_4 = t_1 + 3d = 14 + 3(7) = 35$$

۲. گزینه ۱

نکته: در دنباله ی حسابی اگر $t + p = n + m$ باشد آن گاه $at + ap = an + am$ خواهد بود.

$$\begin{cases} a_1 = 3x + 3 \\ a_4 = 2x - 4 \\ a_7 = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 + a_7 = a_4 + a_4 = 2a_4 \Rightarrow 2(2x - 4) = (3x + 3) + (2x + 1) \Rightarrow 4x - 8 = 5x + 4$$

$$\Rightarrow x = -12$$

$$a_1 = -33, \quad a_4 = -28, \quad a_7 = -23$$

$$a_4 = -28 \Rightarrow -33 + 3d = -28 \Rightarrow d = \frac{5}{3}$$

$$a_2 = a_1 + d = -33 + \frac{5}{3} = \frac{-94}{3}$$

۳. گزینه ۳

$$s_n = a_n \Rightarrow \begin{cases} a_1 = s_1 \\ a_2 = s_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 = 0 \\ a_3 = s_3 = a_1 + a_2 + a_3 \Rightarrow a_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 0$$

۴. گزینه ۳

$$\begin{cases} a_1 = 14 \\ a_2 = 13.5 \end{cases} \Rightarrow d = 13.5 - 14 = -0.5 = \frac{-1}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} \left[2(14) + 11 \left(\frac{-1}{2} \right) \right] = 12(14) - 33 = 135$$

۵. گزینه ۴ $x = 1$ را در معادله صدق می دهیم:

$$x^3 + ax^2 + 1 = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

عبارت درجه ی ۳ را بر $x - 1$ تقسیم می کنیم:

$$\Rightarrow (x-1)(x^2 - x - 1) = 0$$

بنابراین α و β ریشه های معادله ی $x^2 - x - 1 = 0$ هستند، پس:

صفحه ۲

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{1}{-1} = -1$$

۶. گزینه ۱ می دانیم مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ عبارتست از:

$$P = \frac{c}{a} \quad \text{حاصل ضرب} \quad S = \frac{-b}{a} \quad \text{مجموع}$$

نتیجه: ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، معکوس یکدیگرند، هرگاه $\frac{c}{a} = 1$

نکته: اختلاف ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$$

$$ax^2 + 5x + a^2 - 6 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ها معکوس یکدیگرند}} \frac{a^2 - 6}{a} = \frac{a^2 - 6}{a} = 1 \Rightarrow a^2 - 6 = a$$

$$a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -2 \end{cases}$$

حال هر یک از مقادیر بالا را در معادله قرار می دهیم:

$$\begin{cases} a = 3: & 3x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \quad \times \\ a = -2: & -2x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط $a = -2$ قابل قبول است و معادله به صورت زیر در می آید:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = 2 \Rightarrow \text{اختلاف: } x_2 - x_1 = \frac{3}{2}$$

دقت کنید که می توانستیم از نکته گفته شده برای به دست آوردن اختلاف ریشه ها نیز استفاده کنیم.

۷. گزینه ۲

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$\left. \begin{matrix} a_1 = 3 \\ q = \frac{-6}{3} = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow S_n = \frac{3(1 - (-2)^n)}{1 - (-2)} = 129 \Rightarrow 1 - (-2)^n = 129 \Rightarrow (-2)^n = -128 \Rightarrow n = 7$$

۸. گزینه ۳

$$S_1 = a_1 = 8 \Rightarrow a_n = 8 \times 5^{n-1}$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 48 \Rightarrow a_2 = 40 \Rightarrow a_1 q = 40 \Rightarrow q = 5$$

۹. گزینه ۱ نکته ۱: اگر مجموع n جمله اول دنباله $\{a_n\}$ برابر با S_n باشد آن گاه: $a_n = S_n - S_{n-1}$

نکته ۲: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی را می توان از دو دستور $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

محاسبه کرد با توجه به نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = 2n - n^2 - [2(n-1) - (n-1)^2] = 2n - n^2 - (2n - 2 - n^2 + 2n - 1) \\ &= \cancel{2n} - \cancel{n^2} - \cancel{2n} + 2 + \cancel{n^2} - 2n + 1 = -2n + 3 \Rightarrow a_n = -2n + 3 \end{aligned}$$

برای به دست آوردن $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ دو روش وجود دارد.

راه حل اول: تک تک جملات را به دست آورده و با هم جمع می کنیم:

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = (-1) + (-5) + (-9) + (-13) + (-17) = -45$$

راه حل دوم: این ۵ جمله را یک دنباله حسابی در نظر گرفته، جمله اول را a_2 و جمله a_{10} قرار دهیم:

$$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = \frac{5}{2}(a_2 + a_{10}) = \frac{5}{2}(-1 + (-17)) = -45$$

۱۰. گزینه ۳ شرط این که عدد K خارج از ریشه های تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد آن است که: $\Delta > 0$ و $af(k) > 0$

صفحه ۳

$$f(x) = 3x^2 + mx - 4 \Rightarrow \Delta = m^2 + 48 > 0 \rightarrow m \in \mathbb{R}$$

$$3f(2) > 0 \rightarrow f(2) > 0 \rightarrow 12 + 2m - 4 > 0 \rightarrow 2m > -8 \rightarrow m > -4$$

۱۱. گزینه ۱

$$s = x_1 + x_2 = -1, \quad p = x_1 \cdot x_2 = -1, \quad x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1+4}}{1} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = -\sqrt{5}$$

$$5x_1^2 + 3x_2^2 = 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_1^2 - x_2^2 = 4(x_1^2 + x_2^2) + (x_1^2 - x_2^2)$$

$$= 4(s^2 - 2p) + \underbrace{(x_1 - x_2)}_{\text{منفی}}(x_1 + x_2) = 4(1 + 2) - \sqrt{5} \times (-1) = 12 + \sqrt{5}$$

۱۲. گزینه ۴

$$5x^2 + 10x - 1 = 0 \rightarrow 5x^2 + 10x = 1 \Rightarrow x^2 + 2x = \frac{1}{5}$$

$$x_1^2 + 2x_1 = \frac{1}{5}, \quad x_2^2 + 2x_2 = \frac{1}{5}$$

$$(x_1^2 + 2x_1)^5 + (x_2^2 + 2x_2)^5 = \left(\frac{1}{5}\right)^5 + \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{2}{5^5}$$

۱۳. گزینه ۴

نکته: در معادله‌ی درجه دوم تفاضل ریشه‌ها از رابطه‌ی $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ به دست می‌آید.

$$\alpha = \beta + 2 \Rightarrow \alpha - \beta = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{3} = 2 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 6$$

$$\Delta = 36 \rightarrow 225 - 12m = 36 \rightarrow m = \frac{189}{12} = \frac{63}{4}$$

۱۴. گزینه ۳

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

$$a_1 = 1, d = 3 \rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2 + 3(n-1)) > 400$$

$$\Rightarrow n(3n-1) > 800 \Rightarrow 3n^2 - n - 800 > 0 \quad \Delta = 1 + 9600 = 9601$$

چون n عدد طبیعی است داریم:

$$n > \frac{1 + \sqrt{9601}}{6} \Rightarrow n > 16,49 \rightarrow n \geq 17$$

۱۵. گزینه ۱ زوایای این n ضلعی محدب تشکیل دنباله‌ای حسابی با جمله‌ی اول 120° و قدرنسبت 5° می‌دهند و از طرفی می‌دانیم مجموع زوایای داخلی n ضلعی محدب $(n-2) \times 180^\circ$ می‌باشد پس داریم:

$$S_n = (n-2) \times 180^\circ \Rightarrow \frac{n}{2}(2 \times 120 + (n-1) \times 5) = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(240 + 5n) = 180n - 360 \Rightarrow 240n + 5n^2 = 360n - 720$$

$$\Rightarrow 5n^2 - 120n + 720 = 0 \Rightarrow n^2 - 24n + 144 = 0 \Rightarrow (n-9)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 9 \text{ یا } n = 16$$

توجه کنید $n = 16$ غیرقابل قبول است، زیرا اگر $n = 16$ باشد، بزرگترین زاویه‌ی این n ضلعی برابر است با:

$$a_{16} = 120 + 15 \times 5 = 120 + 75 = 195 > 180^\circ \Rightarrow \text{غیرممکن است}$$

پس $n = 9$ جواب است.

صفحه ۴

۱۶. گزینه ۳ نکته: در رابطه‌ی $p, p \Rightarrow q$ شرط کافی برای q و q شرط لازم برای p می‌باشد.

در این قسمت اگر p گزاره مثلث قائم‌الزاویه بوده و q مثلث متساوی‌الساقین باشند هیچ‌یک از گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ درست نیست پس گزینه‌ی ۳ درست است.

۱۷. گزینه ۳ نکته: اگر p و q دو گزاره‌ی دلخواه باشند همواره داریم:

$$\begin{cases} p \wedge (p \vee q) \equiv p \\ p \vee (p \wedge q) \equiv p \end{cases}$$

در این تست:

$$\sim p \wedge (p \Rightarrow q) \equiv \sim p \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p$$

۱۸. گزینه ۲ نکته:

$$۱) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$۲) \sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\equiv \sim [(q \Rightarrow r) \Rightarrow p] \equiv (q \Rightarrow r) \wedge \sim p$$

۱۹. گزینه ۴ نکته ۱: جدول ارزش گزاره‌ها برای ترکیب‌های عطفی و فصلی به صورت زیر است:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

نکته‌ی ۲: ارزش ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و در بقیه‌ی حالات درست است.

نکته‌ی ۳: ارزش ترکیب عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و در بقیه‌ی حالات نادرست است.

پس باتوجه به نکات فوق گزینه‌ی ۴ پاسخ است.

۲۰. گزینه ۴

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q, \quad \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim (\sim p) \equiv p$$

باتوجه به نکات، گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ درست و گزینه‌ی ۴ نادرست است.

$$\sim (\sim p \vee q) \equiv \sim (\sim p) \wedge (\sim q) \equiv p \wedge (\sim q)$$

۲۱. گزینه ۲

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q, \quad \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

مطابق نکته ابتدا نقیض را به دست می‌آوریم:

$$\sim (x \geq 5 \vee y \in Q) \equiv \sim ((x \geq 5) \wedge (y \in Q)) \equiv (x < 5) \wedge (y \in Q')$$

پس x عددی کوچکتر از ۵ و y عددی گنگ است. باتوجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

۲۲. گزینه ۴ نکته: برای بیان عبارت‌ها با استفاده از نمادهای ریاضی به جای «به ازای هر» یا «به ازای جمیع مقادیر»، از نماد \forall و به جای

«وجود دارد» یا «به ازای بعضی مقادیر»، از نماد \exists استفاده می‌کنیم. نماد \forall را سور عمومی و نماد \exists را سور وجودی می‌نامیم.

نکته: گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱: کافیت مطابق نکته عددی صحیح برای x پیدا کنیم که در رابطه‌ی داده شده صدق کند:

$$|x| - 1 < 0 \xrightarrow{x=0} |0| - 1 < 0 \Rightarrow -1 < 0 \quad \checkmark$$

گزینه ۲: کافیت عددی اول پیدا کنیم که مضرب ۲ باشد. می‌دانیم عدد ۲ هم اول است و هم مضرب ۲. پس این گزاره هم درست است.

گزینه‌های ۳ و ۴: معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده را حل می‌کنیم:

$$2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 \Rightarrow x = -1 \quad \text{یا} \quad x = -\frac{1}{2}$$

چون هیچ‌یک از دو مقدار به دست آمده برای، طبیعی نیست، پس مجموعه جواب گزاره‌ی گزینه‌ی ۴ تهی است و ارزش آن نادرست می‌باشد.

صفحه ۵

۲۳. گزینه ۴

$$\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$$

باتوجه به نکته بالا، نقیض هر گردی، گردو نیست به صورت بعضی گردها، گردو هستند، است.

۲۴. گزینه ۴ روش ۱:

نکته: رابطه‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ تنها زمانی نادرست است که مقدم (p) ارزش درست و تالی (q) ارزش نادرستی داشته باشد. واضح است گزاره‌های p و $\sim p$ نقیض و ارزش متفاوتی دارند بنابراین اگر p ارزش درستی داشته باشد آنگاه $p \Rightarrow \sim p$ ارزش نادرستی دارد و در حالتی که p ارزش نادرستی داشته باشد $p \Rightarrow \sim p$ ارزش درستی دارد یعنی ارزش گزاره‌ی $p \Rightarrow \sim p$ همواره معادل گزاره‌ی $\sim p$ می‌باشد.

روش ۲:

نکته:

$$1) (p \Rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$$

$$p \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee \sim p \equiv \sim p$$

۲۵. گزینه ۲ الف) بازای هر عدد حقیقی، وجود دارد عددی حقیقی که $x + y = 0$ باشد یعنی هر عدد حقیقی قرینه دارد که درست است.

ب) وجود دارد عددی حقیقی x که به ازای هر عدد حقیقی مانند y ، $x + y = 0$ می‌باشد واضح است که چنین x ای وجود ندارد.

ج) در مجموعه اعداد حقیقی، عددی هست که از هر عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی باشد که نادرست است.

۲۶. گزینه ۳ نکته: یک گزاره با سور عمومی x زمانی نادرست است که دارای مثال نقض باشد و یک گزاره با سور وجودی، زمانی نادرست است که مجموعه جواب آن تهی باشد.

بررسی گزاره‌ها:

الف) واضح است این گزاره مثال نقضی ندارد یعنی به ازای هر مقدار x در مجموعه‌ی A رابطه‌ی $x + 6 < 11$ برقرار است. پس این صحیح است.

ب) گزاره‌ی ب نادرست است زیرا بازای هیچ مقداری از x رابطه‌ی $x^2 > 5$ برقرار نیست.

ج) گزاره‌ی ج نادرست است زیرا مجموعه جواب آن تهی است یعنی به ازای هیچ مقدار از x رابطه‌ی $x^2 + 2 = 8k$ صحیح نمی‌باشد.

۲۷. گزینه ۴ نکته: رابطه‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ با رابطه‌ی عکس و نقیض آن به فرم $\sim p \Rightarrow \sim q$ هم‌ارز است یعنی:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

در این تست اگر گزاره‌ی p همان $x > 0$ و گزاره‌ی q همان $x + \frac{1}{x} \geq 2$ باشد پس:

$$\text{اگر } x + \frac{1}{x} < 2 \text{ آنگاه } x \leq 0 \text{ و اگر } x > 0 \text{ آنگاه } x + \frac{1}{x} \geq 2$$

۲۸. گزینه ۳ نکته: در رابطه‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ که آنرا به صورت اگر p آنگاه q خوانده می‌شود p را مقدم و q را تالی می‌نامیم.

در این تست این قضیه به شکل زیر می‌باشد:

اگر مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه باشد آنگاه میانه‌ی \overrightarrow{AM} ، نصف وتر می‌باشد.

یعنی قائم‌الزاویه بودن مثلث ABC مقدم و AM نصف وتر تالی می‌باشد.

۲۹. گزینه ۲ نکته: ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ فقط زمانی ارزش نادرست دارد که مقدم آن یعنی p ارزش درست و تالی آن یعنی q ارزش نادرستی داشته باشد و در سایر حالات ارزش درستی دارد.

در این جدول، p یعنی مقدم (هر مثلث متساوی‌الاضلاع مثلث متساوی‌الساقین نیز هست) ارزش درستی دارد از طرفی $p \Rightarrow q$ نیز نادرست است پس بایستی q ارزش نادرستی داشته باشد و در بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی ۲ نادرست است.

$$\left(\cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}\right)$$

۳۰. گزینه ۱ نکته: جدول ارزش گزاره‌ها برای ترکیب شرطی، فصلی و عطفی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن

مطابق صورت سؤال ارزش گزاره $p \Rightarrow r$ نادرست است. پس طبق نکته p دارای ارزش درست و r دارای ارزش نادرست است. از طرفی q دارای ارزش درست است. چون $p \wedge r$ نادرست است، پس q باید دارای ارزش درست باشد. حال تک تک گزینه‌های را در جدول بررسی می‌کنیم:

q	r	$p \wedge q$	$q \wedge r$	$q \Rightarrow r$	$\sim r$	$\sim p$	$\sim r \Rightarrow \sim p$
د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن

بنابراین فقط ارزش گزاره داده‌شده در گزینه ۱ درست است.

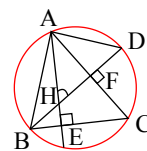
۳۱. گزینه ۳ در چهارضلعی $HECF$ داریم:

$$\hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \Rightarrow \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ACB} + \hat{FHE} = 180^\circ, \quad \hat{FHE} + \hat{AHD} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{ACB} = 180^\circ - \hat{FHE} \\ \hat{AHD} = 180^\circ - \hat{FHE} \end{cases}$$

پس $\hat{ACB} = \hat{AHD}$ و زاویه‌های \hat{ACB} و \hat{ADB} نیز رو به یک کمان از دایره‌اند، پس $\hat{ADB} = \hat{ACB}$ ، بنابراین پاسخ گزینه ۳ است.



۳۲. گزینه ۳

$$OA + R, OA - R$$

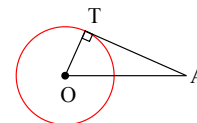
نکته: کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از دایره‌ی $C(O, R)$ برابر است با:

AT بر دایره مماس است. پس زاویه‌ی T قائمه است. بنابراین از قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$OA^2 = AT^2 + OT^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow OA = 13$$

$$\text{کمترین فاصله: } OA - R = 13 - 5 = 8$$

$$\text{بیشترین فاصله: } OA + R = 13 + 5 = 18$$



۳۳. گزینه ۴ باتوجه به روابط طولی دو دایره داریم:

$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow 4 = 1 \times AC \Rightarrow AC = 4$$

$$AT'^2 = AC \cdot AD \Rightarrow AT'^2 = 4 \times (4 + 12) = 64 \Rightarrow AT' = 8$$

$$\Rightarrow TT' = AT' - AT = 8 - 2 = 6 \Rightarrow TT' = 6$$

۳۴. گزینه ۳

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180 - 30}{2} = 75$$

اگر از M به N وصل کنیم آنگاه مثلث MNC متساوی‌الساقین است ($MC = NC$)

$$\widehat{MNC} = \frac{180 - 75}{2} = \frac{105}{2} = 52.5, \quad \widehat{ONC} = 90^\circ \Rightarrow x = 90^\circ - 52.5 = 37.5^\circ$$

۳۵. گزینه ۳ برای حل می‌دانیم که طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی محاطی داخلی و خارجی رأس A برابر با a می‌باشد.

باتوجه به رابطه‌ی محاسبه‌ی طول مماس مشترک خارجی داریم:

$$a = \sqrt{d^2(r_a - r)^2} \Rightarrow a = \sqrt{II_a^2 - \left(\frac{S}{P-a} - \frac{S}{P}\right)^2}$$

با ساده کردن عبارت فوق حاصل $II_a = a \sqrt{1 + \frac{S^2}{P^2(P-a)^2}}$ بدست می‌آید.

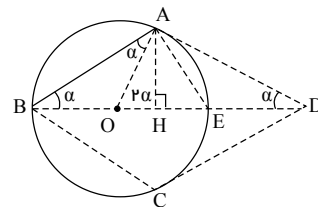
۳۶. گزینه ۳ مطابق شکل $ABCD$ لوزی است. داریم:

صفحه ۷

$$\widehat{ADO} = \alpha \Rightarrow (AB = AD) \Rightarrow \widehat{ABO} = \alpha$$

$$\widehat{AOE} = 2\alpha$$

$$AO \perp AD \Rightarrow \alpha + 3\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \quad \text{اما داریم که:}$$



در مثلث $\triangle AOD$ داریم:

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AD, \quad AH = \frac{\sqrt{3}}{2} R \quad (\triangle AOE \text{ متساوی الاضلاع است})$$

$$AD = 2AH = \sqrt{3} R$$

$$\sin \widehat{AOD} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{OD} \Rightarrow D = \frac{2AD}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3} R}{\sqrt{3}}$$

$$OD = 2R \Rightarrow BD = 3R$$

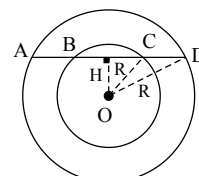
مساحت $\triangle ABD$ برابر است با:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times AH \times BD = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} R \times 3R = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

مساحت لوزی دو برابر مساحت مثلث $\triangle ABD$ است:

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2 = 3 \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$$

۳۷. گزینه ۲ مطابق شکل داریم:



OH را عمود بر AD رسم می‌کنیم. داریم:

$$AB = CD = BC = x$$

$$\Rightarrow \triangle OHC : (H = 90^\circ) \Rightarrow OC^2 = CH^2 + OH^2 \Rightarrow R'^2 = \frac{x^2}{4} + OH^2 \quad (1)$$

$$\triangle OHD : (H = 90^\circ) \Rightarrow OD^2 = OH^2 + DH^2$$

$$\Rightarrow R^2 = OH^2 + \left(\frac{3}{2}x\right)^2 \Rightarrow OH^2 = R^2 - \frac{9}{4}x^2 \quad (2)$$

از رابطه‌ی (۲)، OH^2 را در (۱) قرار می‌دهیم:

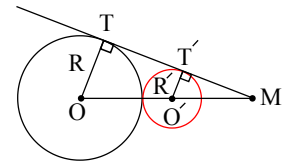
$$R'^2 = \frac{x^2}{4} + R^2 - \frac{9}{4}x^2 \Rightarrow R^2 - R'^2 = 2x^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{R^2 - R'^2}}{\sqrt{2}}$$

۳۸. گزینه ۴ پاسخ: مطابق شکل داریم:

صفحه ۸

$$\frac{O'M}{MO} = \frac{R'}{R} \Rightarrow \frac{O'M}{O'M + OO'} = \frac{R'}{R}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{O'M}{OO'} = \frac{R'}{R - R'} \Rightarrow O'M = \frac{R + R'}{R - R'} \times R' \\ OO' = R + R' \end{array} \right.$$



$$OM = OO' + O'M = \frac{R + R'}{R - R'} \times R' + R + R' = \frac{R + R'}{R - R'} \cdot R$$

پس M از مرکز O به فاصله‌ی ثابت $\frac{R + R'}{R - R'} \cdot R$ است پس جواب آن دایره‌ای به شعاع $\frac{R + R'}{R - R'} \cdot R$ و به مرکز O می‌باشد.

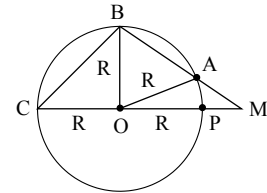
۳۹. گزینه ۳ با نوشتن روابط طولی داریم:

$$C_1 \text{ در دایره } C_1: MT'^2 = MC \cdot MD \Rightarrow \frac{MA \cdot MB}{MC \cdot MD} = \frac{MT'^2}{MT^2} = \left(\frac{MT'}{MT} \right)^2 = 3^2 = 9$$

$$C_2 \text{ در دایره } C_2: MT'^2 = MA \cdot MB$$

۴۰. گزینه ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle BOC: OB = OC = R, BE = \sqrt{2}R \Rightarrow \widehat{BOC} = 90^\circ \\ \triangle AOB: OB = OA = AB = R \Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ \end{array} \right.$$



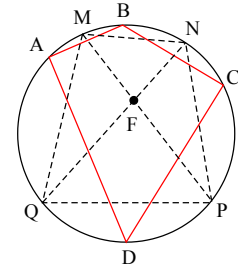
$$\widehat{AP} = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{AP}}{2} = \frac{60^\circ + 90^\circ - 30^\circ}{2} = 60^\circ$$

۴۱. گزینه ۳ مطابق شکل نقاط M و N و P و Q و اواسط کمان‌ها هستند. داریم:

$$P\widehat{F}N = \frac{P\widehat{N} + M\widehat{Q}}{2} = \frac{N\widehat{C} + C\widehat{P} + A\widehat{M} + A\widehat{Q}}{2}$$

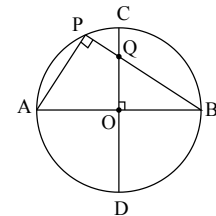
$$\frac{\frac{BC}{2} + \frac{DB}{2} + \frac{AB}{2} + \frac{AD}{2}}{2} = \frac{BC + DB + AB + AD}{4} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$



بنابراین در این چهار ضلعی محاطی، قطر‌ها برهم عمودند. مجموع مربعات اضلاع این چهار ضلعی $8R^2$ می‌باشد.

۴۲. گزینه ۲ چون Q وسط OC است داریم:

$$BQ^2 = OQ^2 + OB^2 \Rightarrow BQ^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2 = \frac{5}{4}R^2 \Rightarrow BQ = \frac{\sqrt{5}}{2}R$$



می‌دانیم که $\angle ABC = 90^\circ$ بنابراین $APQO$ چهار ضلعی محاطی است. بنابراین:

$$APQO \text{ محیطی دایره نسبت به نقطه } B: BO \times BA = BQ \times PB \Rightarrow 2R^2 = \frac{\sqrt{5}}{2}R \times PB \Rightarrow PB = \frac{4R}{\sqrt{5}}$$

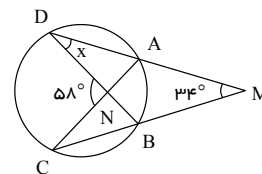
$$PB = BQ + PQ \Rightarrow \frac{4R}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}R + PQ = \frac{4R}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{2}R = \frac{8R - 5R}{2\sqrt{5}} = \frac{3R}{2\sqrt{5}}$$

۴۳. گزینه ۱

$$\begin{cases} M = \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{2} = 34 \Rightarrow \widehat{CD} - \widehat{AB} = 68 \\ N = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 58 \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 116 \end{cases}$$

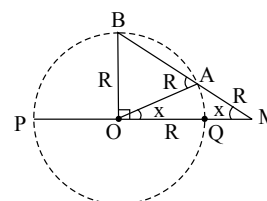
$$\widehat{CD} = 92^\circ, \widehat{AB} = 24^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow x = \frac{24}{2} = 12^\circ \text{ محاطی}$$



۴۴. گزینه ۳

$$\begin{aligned} \hat{M} = x, OA = AM = R &\Rightarrow \triangle AOM = x \\ \hat{BAO} = 2x, OA = OB &\Rightarrow \hat{B} = \hat{BAO} = 2x \\ \triangle MOB : B + M &= 90^\circ \Rightarrow 2x + x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \end{aligned}$$



۴۵. گزینه ۳

$$\begin{aligned} AP = PB, \hat{P} = 60^\circ &\Rightarrow \triangle APB \text{ متساوی الاضلاع} \\ \Rightarrow AP = PB = AB &= 6 \end{aligned}$$

۴۶. گزینه ۴ پس از تماس دو کره‌ی فلزی هم اندازه و مشابه، بارهای آن‌ها با هم برابر می‌شوند. پس:

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{15 + 5}{2} = 10 \mu C$$

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r=r'} \frac{F'}{F} = \frac{10 \times 10}{5 \times 15} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta F = F' - F = \frac{4}{3}F - F \Rightarrow \Delta F = \frac{1}{3}F \times 100 \Rightarrow \Delta F = 33\%F$$

۴۷. گزینه ۴ ابتدا نیروی $F_{۳۴}$ و $F_{۲۴}$ که مساوی و هم جهت هستند را حساب کرده و برآیند می‌گیریم

$$F_{۲۴} = F_{۳۴} = \frac{kq_3q_4}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(\sqrt{12} \times 10^{-2})^2}$$

$$= \frac{54 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-4}} = 45 \times 10^1 = 45N$$

$$F_{۲۳} = F_{۳۴} + F_{۲۴} = 45 + 45 = 90N$$

برای محاسبه ی $F_{۱۴}$ ، ابتدا فاصله ی q_4 و q_1 را حساب می‌کنیم و داریم:

$$4^2 = 2^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{12} \Rightarrow F_{۱,۴} = \frac{kq_1q_4}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{36 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90N$$

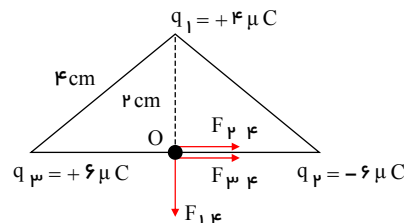
و در نهایت دو بردار عمود بر هم داریم ($F_{۱۴}$ برآیند $F_{۳۴}$ ، $F_{۲۴}$) که برآیند آن‌ها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{(90)^2 + (90)^2} \Rightarrow F_T = 90\sqrt{2}N$$

۴۸. گزینه ۱ فرض کنیم مقدار x از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم، آن وقت بارهای ثانویه برابر می‌شود با:

$$(Q+x) \text{ و } (Q-x)$$

بنابر این برای مقایسه ی این دو حالت داریم:



صفحه ۱۰

$$\begin{cases} F = K \frac{Q \cdot Q}{r^2} \\ F' = K \frac{(Q-x)(Q+x)}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{15}{16} F = \frac{K(Q-x)(Q+x)}{K Q Q} \Rightarrow \frac{Q^2 - x^2}{Q^2} = \frac{15}{16} = x = \frac{1}{4} Q$$

۴۹. گزینه ۳ اگر ضلع مربع $a = \sqrt{2} m$ باشد، فاصله q_4 از هر کدام از بارها، نصف قطر مربع یعنی برابر با $\frac{1}{2} \sqrt{2} a$ خواهد شد.

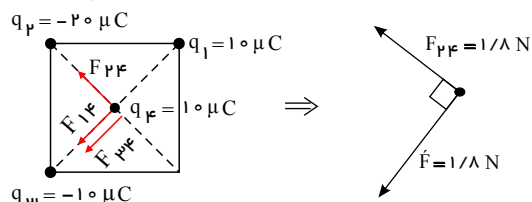
پس این فاصله برابر با $m = 1 m$ خواهد شد. حال تعداد تک تک نیروها را حساب می کنیم:

$$F_{14} = F_{34} = \frac{k|q_1 q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-5} \times 10^{-5}}{1^2}$$

$$= 0.9 N$$

$$F' = F_{14} + F_{34} = 0.9 + 0.9 = 1.8 N$$

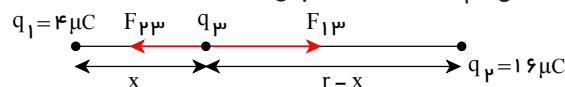
$$F_{24} = K \frac{|q_2 q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-5} \times 10^{-5}}{1^2} = 1.8 N$$



$$F_T = \sqrt{F'^2 + F_{24}^2} = \sqrt{(1.8)^2 + (1.8)^2} = 1.8\sqrt{2} N$$

۵۰. گزینه ۲ نکته: برای دو بار هم نام q_1 و q_2 بار سوم q_3 تنها می تواند روی خط واصل دو بار در بین آن ها و نزدیک به بار کوچک تر قرار بگیرد تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود. همانطور که در شکل پیداست در این نقطه نیروها خلاف جهت هستند و از طرفی هم باید برابر باشند، پس:

$$\begin{aligned} q_1 &= 4 \mu C & q_2 &= 16 \mu C \\ F_{13} = F_{23} &\Rightarrow \frac{k q_1 q_3}{x^2} = \frac{k q_2 q_3}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{16}{(r-x)^2} \\ \Rightarrow x = \frac{r}{3} &= \frac{30}{3} = 10 cm \end{aligned}$$

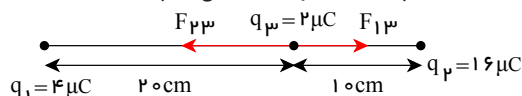


حال اگر بار q_3 جابجا شود فاصله اش تا q_1 برابر $20 cm$ و تا q_2 برابر $10 cm$ می شود در این حالت داریم:

$$F_{13} = \frac{k q_1 q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 1.8 N$$

$$F_{23} = \frac{k q_2 q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(0.1)^2}$$

$$= 28.8 N$$



\vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} در خلاف جهت هم اثر می کنند، پس بزرگی نیروی برآیند آن ها برابر است با:

$$F_T = (28.8 - 1.8) = 27 N$$

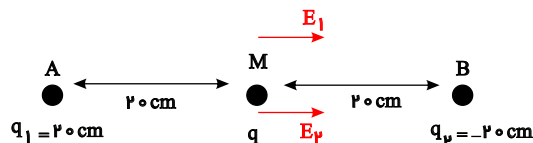
۵۱. گزینه ۳

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} F}{F} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$r_2 = \sqrt{2} r_1 \Rightarrow r_2 = \sqrt{2} r$$

۵۲. گزینه ۲ از آن جایی که $F = Eq$ ، نسبت نیروی وارد بر بار q در نقطه ی m همان نسبت میدان در نقطه است میدان نقطه ی را در هر دو حالت حساب می کنیم. حالت اول:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ جهت هم } E_1, E_2 \\ \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_T = E_1 + E_2 \\ |r_1| &= |r_2|, |q_2| = |q_1| \Rightarrow E_1 = E_2 \\ \vec{E} &= 2E_1 = 2E_2 \end{aligned}$$



حالت دوم: چون بار q_2 را نزدیک کردیم، فاصله ی آن تا نقطه ی m نصف می شود، بنابراین تعداد میدان آن ۴ برابر می شود (می

دانیم که $E \propto \frac{1}{r^2}$) بنابراین داریم:

صفحه ۱۱

$$E_T = E'_1 + E'_2 \xrightarrow{E'_1 = E_1, E'_2 = 4E_1} E_T = 4E_1 + E_1 = 5E_1$$

$$\frac{\text{دوم } E_T}{\text{اول } E_T} = \frac{E_1}{E_1} = \frac{5}{2}$$

۵۳. گزینه ۲

روش اول:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow 4 = \frac{(9 \times 10^9) \times |q_1| \times |q_2| \times 10^{-12}}{(0.3)^2} \rightarrow |q_1||q_2| = 40$$

که فقط در گزینه ی (۲) حاصل ضرب اندازه ی بارها برابر ۴۰ می باشد.

روش دوم:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1q_2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_1q_2 = 40 \quad (1)$$

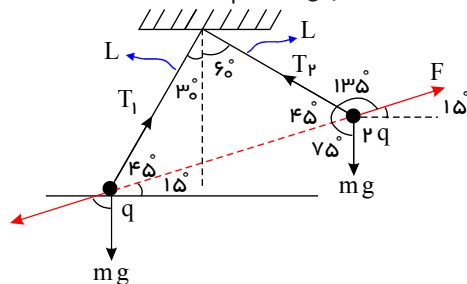
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 3 \Rightarrow q_1 + q_2 = 6 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} q_1q_2 = 40 \\ q_1 + q_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow q_1(q_1 - 6) = 40 \Rightarrow q_1^2 - 6q_1 - 40 = 0$$

ریشه یا جواب این معادله برابر $10 \mu C$ و $-4 \mu C$ است.

۵۴. گزینه ۳ راه حل اول: با رسم دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر هر یک از آونگ های باردار و با توجه به این که هر دو آونگ هم

حلول و در حال تعادل قرار دارند، با استفاده از قضیه سینوس ها داریم:



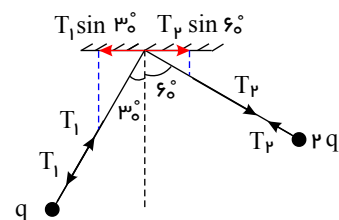
$$\begin{cases} \frac{T_1}{\sin 75^\circ} = \frac{F}{\sin 15^\circ} \\ \frac{T_2}{\sin 105^\circ} = \frac{F}{\sin 12^\circ} \end{cases} \xrightarrow{\sin 105^\circ = \sin 75^\circ} \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\sin 6^\circ}{\sin 3^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

راه حل دوم: سریع ترین راه حل این است که باید از این نکته استفاده کنیم که برابند نیروها در نقطه ی O محل اتصال نخ ها به سقف

باید صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$\Sigma F = 0$$

$$T_1 \sin 30^\circ = T_2 \sin 6^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 6^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{3}$$



۵۵. گزینه ۱ از اینکه نیروی بین بارها جاذبه بوده است، معلوم می شود که بارها ناهم نام بوده اند. پس اگر نصف بار یکی را به دیگری

بدهیم، بار دیگری به اندازه ی نصف خنثی می شود.

صفحه ۱۲

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\begin{cases} q'_1 = \frac{1}{2}q \\ q'_2 = -q + \frac{1}{2}q = -\frac{1}{2}q \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left| \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \right| \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \left| \frac{\frac{1}{2}q \times \frac{-1}{2}q}{q \times q} \right| \times 1 = \frac{1}{4}$$

۵۶. گزینه ۳ ابتدا طبق رابطه $F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$ ضرب $q_1 q_2$ را پیدا می‌کنیم:

$$1,2 \times 10^{-6} = \frac{9 \times 10^9 \times q_1 \times q_2}{(0,3)^2} \rightarrow q_1 \times q_2 = 1,2 \times 10^{-17} = 12 \times 10^{-18}$$

$$q_1 \times 10^{-9} \times q_2 \times 10^{-9} = 12 \times 10^{-18} \rightarrow q_1 \times q_2 = 12$$

اگر q_1, q_2 را بر حسب nC فرض کنیم آن‌گاه:

از طرفی هم در سوال گفته شده: $q_1 + q_2 = 8$ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} q_1 q_2 = 12 \\ q_1 + q_2 = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} q_1 = 2 & q_2 = 6 \\ q_1 = 6 & q_2 = 2 \end{matrix} \text{ یا } \begin{matrix} q_1 = 2 & q_2 = 6 \\ q_1 = 6 & q_2 = 2 \end{matrix}$$

nC بار کوچکتر

گزینه ۴

$$F_{\text{دافعه}} = mg \Rightarrow k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = mg$$

$$9 \times 10^9 \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{r^2} = 1,6 \times 10^{-27} \times 10 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 \times (1,6)^2 \times 10^{-38}}{1,6 \times 10^{-27} \times 10}} = 0,12m$$

$$= 12cm$$

۵۸. گزینه ۱ ابتدا برآیند دو نیروی q_1 و q_2 را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{kq_1 q}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{1^2} = 9 \times 10^{-3} N \\ F_2 &= \frac{kq_2 q}{r^2} = 9 \times 10^{-3} N \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{(9 \times 10^{-3})^2 + (9 \times 10^{-3})^2}$$

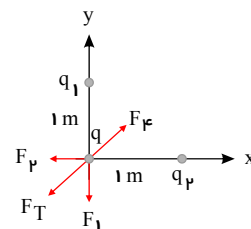
$$F_T = 9 \times 10^{-3} \sqrt{2} N$$

حالا باید نیروی بار q را طوری انتخاب کنیم که F_T را خنثی کند، پس باید با آن مساوی و خلاف جهت باشد. بنابراین داریم:

$$F_F = F_T$$

$$\frac{kq_F q}{r^2} = 9 \times 10^{-3} \sqrt{2}$$

$$\frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times \sqrt{2} \times 10^{-6}}{r^2} = 9 \times 10^{-3} \times \sqrt{2} \rightarrow r = 1m$$



گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه (۱): } F_1 = k \frac{5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{a^2} = k \frac{10^{-12}}{a^2}$$

$$\text{گزینه (۲): } F_2 = k \frac{1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{a^2} = k \frac{2 \times 10^{-12}}{a^2}$$

$$\text{گزینه (۳): } F_3 = k \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{4a^2} = k \frac{10^{-12}}{a^2}$$

$$\text{گزینه (۴): } F_4 = k \frac{1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{4a^2} = k \frac{10^{-12}}{2a^2}$$

بیشترین نیرو مربوط به گزینه ۲ است.

۶۰. گزینه ۳ چون نوع نیروی بین کره‌ها ابتدا جاذبه بوده یعنی بارها ناهم‌نام بودند (qA مثبت است پس qB منفی بوده) و چون بعد از تماس نیرو دافعه بوده پس هر دو هم‌نام شدند.
بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): درست است، چون بار کره A مثبت است که با تماس با کره B بار منفی دارد مقداری از بارش خنثی می‌شود.

گزینه (۲): درست است، چون کره B بار منفی دارد و کره A بار مثبت پس الکترون از کره B به کره A می‌رود.

گزینه (۳): نادرست است، چون پس از تماس مقداری از بار کره‌ها خنثی می‌شود و بار نهایی کره‌ها عددی کوچک‌تر است بنابراین نیروی بین آن‌ها کاهش می‌یابد.

گزینه (۴): درست است، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی مجموع بار کره‌ها همواره مقداری ثابت است.

۶۱. گزینه ۱ با استفاده از گازهای نجیب می‌توان به دوره و گروه پی برد، هم‌چنین با رسم آرایش الکترونی

$$\begin{aligned} {}^{29}\text{Cu}: [18\text{Ar}]3d^{10}4s^1 & \begin{cases} \text{گروه ۱۱ یا IB} \\ \text{دوره ۴} \end{cases} \\ {}^{24}\text{Cr}: [18\text{Ar}]3d^54s^1 & \begin{cases} \text{گروه ۶ یا VIB} \\ \text{دوره ۴} \end{cases} \end{aligned}$$

۶۲. گزینه ۲ از دسته‌های سه‌تایی پیشنهاد شده، تنها سه عنصر Cu ، Ag و Au ، جزو فلزهای واسطه بوده و در یک گروه (IB) یا (۱۱) جای دارند.

۶۳. گزینه ۳ طلا فلزی نرم و براق و زرد رنگ و چکش‌خوار است که با بیشتر عناصر واکنش نمی‌دهد و بعلت نرمی و شکل‌پذیری زیاد جهت افزایش استحکام آن با فلزات دیگری مثل مس و نقره و نیکل و پالادیم آمیخته می‌گردد.

۶۴. گزینه ۱ فلزهای قلیایی واکنش‌پذیرترین فلزها هستند و بیرونی‌ترین لایه الکترونی آنها در مقایسه با اتم گاز نجیب قبل از خود یک الکترون بیش‌تر دارد و در مقایسه با فلزهای قلیائی خاکی زودتر ذوب می‌شود.

۶۵. گزینه ۳

$$?g \text{ Al} = 279g \text{ Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56g \text{ Fe}} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{27g \text{ Al}}{1 \text{ mol Al}} = 134.52g \text{ Al} \text{ خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \rightarrow 80 = \frac{134.52}{x} \times 100 \rightarrow x = 168.15g$$

۶۶. گزینه ۱

$$\text{مقدار نظری} = 12.5 \text{ lit } \text{CO}_2 \rightarrow \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_2 \times 100}{22.4 \text{ lit } \text{CO}_2} = 80 \rightarrow \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 \rightarrow 80 \rightarrow \text{بازده درصدی}$$

$$\text{CaCO}_3 = 40 + 12 + (16 \times 3) = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$?g \text{ CaCO}_3 = 12.5 \text{ lit } \text{CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{CO}_2}{22.4 \text{ lit } \text{CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol } \text{CaCO}_3}{1 \text{ mol } \text{CO}_2} \times \frac{100 \text{ g } \text{CaCO}_3}{1 \text{ mol } \text{CaCO}_3} = 55.8g \text{ CaCO}_3$$

۶۷. گزینه ۳ براساس قانون پایستگی جرم در واکنش‌های شیمیایی مجموع جرم مواد واکنش‌دهنده با مجموع جرم مواد فرآورده برابر است. بنابراین کاهش ۴۶۲ کیلوگرمی جرم مواد ناشی از خروج گاز CO_2 از محیط است. یعنی در حقیقت جرم CO_2 واکنش داده شده بنابراین برای تعیین جرم آلومینیم خواهیم داشت:

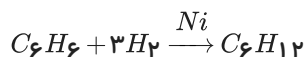
صفحه ۱۴

$$CO_2 = 12 + (16 \times 2) = 44 g \cdot mol^{-1}$$

$$?kg Fe = 462 kg CO_2 \times \frac{1000g}{1kg} \times \frac{1 mol CO_2}{44g CO_2} \times \frac{4 mol Al}{3 mol CO_2} \times \frac{27g Al}{1 mol Al} \times \frac{1kg}{1000g} = 371 kg Al$$

۶۸. **گزینه ۳** طلا فلزی نرم و بسیار چکش خوار است که می‌تواند به رشته‌های بسیار نازک تبدیل شود و تنها فلز به شکل کلوخه در طبیعت است که رسانایی الکتریکی در هر دما، دارد و واکنش پذیری بسیار ناچیز دارد و بسیار ارزشمند و گرانهاست.

۶۹. گزینہ ۲



$$\begin{aligned} ? \text{ g نظری } C_6H_{12} &= 19.5 \text{ g } C_6H_6 \times \frac{100 \text{ g خالص}}{100 \text{ g ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_6}{78 \text{ g } C_6H_6} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_6} \times \frac{84 \text{ g } C_6H_{12}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}} \\ &= 16.8 \text{ g } C_6H_{12} \end{aligned}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{x}{16.8} \Rightarrow x = 12.6g C_6H_{12}$$

۷۰. گزینه ۱ در واکنش تجزیه سدیم هیدروژن کربنات پس از تغییر شرایط به حالت STP ، حالت فیزیکی آب به صورت گاز نمی‌باشد.

$$?LCO_2 = 25,2gNaHCO_3 \times \frac{1molNaHCO_3}{84gNaHCO_3} \times \frac{1molCO_2}{1molNaHCO_3} \times \frac{44gCO_2}{1molCO_2} = 11,08g$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{۲,۲۴}{۳,۳۶} \times ۱۰۰ = \%۶۶,۶۶$$

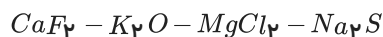
۷۱. گزینہ ۳

$$(Fe_2O_3) \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{گرم خالص}}{\text{گرم ناخالص}} \times 100 \rightarrow \frac{75}{100} = \frac{x}{640} \rightarrow x = 480g$$

$$\underset{\text{نظری}}{?LCO_2} = 48.0 g Fe_2O_3 \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{160. g Fe_2O_3} \times \frac{3 mol CO_2}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{44.01 g CO_2}{1 mol CO_2} = 63.6 g CO_2 \underset{\text{نظری}}$$

$$(CO_2) \text{ بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{x}{201,6} \Rightarrow x = 60,48 LCO_2 \text{ (عملی)}$$

۷۲. گزینه ۱ فرمول ترکیب مورد نظر به یکی از دو صورت AD_2 یا ApD است. باتوجه به این که آرایش یکی از یونها مشابه Ne و آرایش بون دیگر مشابه Ar است چهار حالت زیر امکان پذیر است:



بنابراین فقط مورد (ت) درست است - زیرا عدد اتمی نخستین عنصری که دارای زیرلایه‌ای با $L = 2$ (زیرتراز d) است برابر ۲۱ است. در صورتی که در بین چهار حالت فوق بیشترین عدد اتمی متعلق به Ca و برابر ۲۰ است.

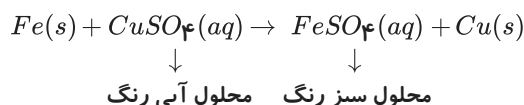
۷۳. گزینه ۱ فقط مورد ت درست است.

(الف) نادرست - زیرا اغلب عناصرها در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند که این ترکیب‌ها نیز عموماً یونی هستند.

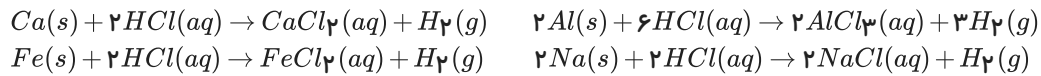
(ب) نادرست - زیرا برخی نافع‌های حامد مانند گوگرد به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

(ب) نادرست - زیرا در میان فلزها تنها پلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

۷۴. گزینه ۴ از آنجا که واکنش پذیری آهن از مس بیشتر است واکنش داده شده انجام می‌شود و فرآورده‌های آن فلز مس و محلول آهن (II) سولفات هستند.



۷۵. گزینه ۳ ابتدا معادله موازنه شده هر چهار واکنش را می نویسیم:



حال خواهیم داشت:

$$?gCa = \frac{0.5 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ca}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{40.08 \text{ g } Ca}{1 \text{ mol } Ca} = 40.08 \text{ g } Ca$$

$$?gFe = 0, \Delta mol H\gamma \times \frac{1 mol Fe}{1 mol H\gamma} \times \frac{56 g Fe}{1 mol Fe} = 28 g Fe$$

$$?gAl = 0.5mol H_2 \times \frac{2mol Al}{3mol H_2} \times \frac{27g Al}{1mol Al} = 9g Al \quad \text{* جواب}$$

$$?g Na = 0.5 mol H_2 \times \frac{2 mol Na}{1 mol H_2} \times \frac{23g Na}{1 mol Na} = 23g Na$$